

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования



**Пермский национальный исследовательский
политехнический университет**

УТВЕРЖДАЮ

Проректор по образовательной
деятельности

 А.Б. Петроченков

« 18 » июля 20 23 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Дисциплина: Основы теории формальных систем
(наименование)

Форма обучения: очная
(очная/очно-заочная/заочная)

Уровень высшего образования: бакалавриат
(бакалавриат/специалитет/магистратура)

Общая трудоёмкость: 180 (5)
(часы (ЗЕ))

Направление подготовки: 09.03.02 Информационные системы и технологии
(код и наименование направления)

Направленность: Информационные системы и технологии (общий профиль,
СУОС)
(наименование образовательной программы)

1. Общие положения

1.1. Цели и задачи дисциплины

Приобретение систематических знаний в области формализации информации, умений эффективного применения формальных методов познания на основе построения формальной системы и исследования ее свойств, овладение современным формальным аксиоматическим методом.

1.2. Изучаемые объекты дисциплины

- формальные логические исчисления,
- формальные языки первого порядка,
- аксиоматические системы,
- модели формальных аксиоматических систем.

1.3. Входные требования

Предшествующие дисциплины: Математическая логика и теория алгоритмов

2. Планируемые результаты обучения по дисциплине

Компетенция	Индекс индикатора	Планируемые результаты обучения по дисциплине (знать, уметь, владеть)	Индикатор достижения компетенции, с которым соотнесены планируемые результаты обучения	Средства оценки
ОПК-1	ИД-1ОПК-1	Знать принципы построения формальных языков первого порядка; методы и средства построения формальных логических исчислений; реализацию исчислений высказываний и предикатов и обоснование их корректности и полноты; границы выразимости языка формальной арифметики; сущность и значение непротиворечивости, полноты и разрешимости формальных систем.	Знает базовые определения и соотношения математики, физики и информатики; основы информационных технологий; методы математического анализа и моделирования процессов и систем	Экзамен

Компетенция	Индекс индикатора	Планируемые результаты обучения по дисциплине (знать, уметь, владеть)	Индикатор достижения компетенции, с которым соотнесены планируемые результаты обучения	Средства оценки
ОПК-1	ИД-2ОПК-1	Уметь производить формальный вывод в рамках заданного формального логического исчисления; использовать язык формальной арифметики для описания алгоритмически заданных объектов; определять основные свойства формальных систем на основе их моделей.	Умеет применять базовые естественнонаучные и общинженерные знания для решения задач в области профессиональной деятельности	Индивидуальное задание
ОПК-1	ИД-3ОПК-1	Владеть навыками формального вывода следствий заданных гипотез средствами исчисления высказываний и исчисления предикатов; навыками описания алгоритмически заданных объектов на языке формальной арифметики; методами конструктивного описания базовых математических объектов	Владеет навыками экспериментального исследования, математического моделирования, инженерного проектирования в области профессиональной деятельности	Кейс-задача

3. Объем и виды учебной работы

Вид учебной работы	Всего часов	Распределение по семестрам в часах	
		Номер семестра	
		1	2
1. Проведение учебных занятий (включая проведение текущего контроля успеваемости) в форме:	72	72	
1.1. Контактная аудиторная работа, из них:			
- лекции (Л)	24	24	
- лабораторные работы (ЛР)			
- практические занятия, семинары и (или) другие виды занятий семинарского типа (ПЗ)	44	44	
- контроль самостоятельной работы (КСР)	4	4	
- контрольная работа			
1.2. Самостоятельная работа студентов (СРС)	72	72	
2. Промежуточная аттестация			
Экзамен	36	36	
Дифференцированный зачет			
Зачет			
Курсовой проект (КП)			
Курсовая работа (КР)			
Общая трудоемкость дисциплины	180	180	

4. Содержание дисциплины

Наименование разделов дисциплины с кратким содержанием	Объем аудиторных занятий по видам в часах			Объем внеаудиторных занятий по видам в часах
	Л	ЛР	ПЗ	СРС
2-й семестр				
Алгебраические структуры	8	0	16	24
Тема 1. Группы преобразований. Определение и простейшие примеры. Группы симметрий треугольника, квадрата и куба. Группы преобразований плоскости. Тема 2. Группы. Определение, простейшие свойства и примеры. Подгруппы. Изоморфизм. Группы вычетов и группы перестановок. Тема 3. Кольца. Определение, примеры и свойства. Группы вычетов по модулю.				
Формальные языки	8	0	16	24
Тема 4. Примеры языков первого порядка. Языки теории групп и теории колец. Тема 5. Синтаксис и семантика языков первого порядка. Тема 6. Язык формальной арифметики. Арифметические предикаты. Тема 7. Арифметичность вычислимых функций и неразрешимость множества арифметических истин.				

Наименование разделов дисциплины с кратким содержанием	Объем аудиторных занятий по видам в часах			Объем внеаудиторных занятий по видам в часах
	Л	ЛР	ПЗ	СРС
Формальные исчисления и системы	8	0	12	24
Тема 8. Исчисление высказываний. Язык логики высказываний. Формальный вывод. Вывод из гипотез и лемма о дедукции. Полнота исчисления высказываний. Тема 9. Исчисление предикатов. Формальный вывод в исчислении предикатов. Тема 10. Формальные теории. Теории, теоремы и аксиомы. Интерпретации и модели. Непротиворечивость и полнота. Неполнота арифметики.				
ИТОГО по 2-му семестру	24	0	44	72
ИТОГО по дисциплине	24	0	44	72

Тематика примерных практических занятий

№ п.п.	Наименование темы практического (семинарского) занятия
1	Группы преобразований.
2	Абстрактные группы.
3	Свойства колец.
4	Выразимость в простейших языках первого порядка.
5	Интерпретации и модели.
6	Счётные множества.
7	Выразимость языка арифметики.
8	Формальный вывод в исчислении высказываний.
9	Формальный вывод в исчислении предикатов.
10	Универсальная и диагональная функции.
11	Полнота и непротиворечивость формальных теорий.

5. Организационно-педагогические условия

5.1. Образовательные технологии, используемые для формирования компетенций

Проведение лекционных занятий по дисциплине основывается на активном методе обучения, при котором учащиеся не пассивные слушатели, а активные участники занятия, отвечающие на вопросы преподавателя. Вопросы преподавателя нацелены на активизацию процессов усвоения материала, а также на развитие логического мышления. Преподаватель заранее намечает список вопросов, стимулирующих ассоциативное мышление и установление связей с ранее освоенным материалом.

Практические занятия проводятся на основе реализации метода обучения действием: определяются проблемные области, формируются группы. При проведении практических занятий преследуются следующие цели: применение знаний отдельных дисциплин и креативных методов для решения проблем и принятия решений; отработка у обучающихся навыков командной работы, межличностных коммуникаций и развитие лидерских качеств; закрепление основ теоретических знаний.

5.2. Методические указания для обучающихся по изучению дисциплины

При изучении дисциплины обучающимся целесообразно выполнять следующие рекомендации:

1. Изучение учебной дисциплины должно вестись систематически.
2. После изучения какого-либо раздела по учебнику или конспектным материалам рекомендуется по памяти воспроизвести основные термины, определения, понятия раздела.
3. Особое внимание следует уделить выполнению отчетов по практическим занятиям, лабораторным работам и индивидуальным комплексным заданиям на самостоятельную работу.
4. Вся тематика вопросов, изучаемых самостоятельно, задается на лекциях преподавателем. Им же даются источники (в первую очередь вновь изданные в периодической научной литературе) для более детального понимания вопросов, озвученных на лекции.

6. Перечень учебно-методического и информационного обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

6.1. Печатная учебно-методическая литература

№ п/п	Библиографическое описание (автор, заглавие, вид издания, место, издательство, год издания, количество страниц)	Количество экземпляров в библиотеке
1. Основная литература		
1	Игошин В. И. Задачи и упражнения по математической логике и теории алгоритмов : учебное пособие для вузов. 3-е изд., стер. Москва : Академия, 2007. 303 с.	28
2	Игошин В. И. Математическая логика и теория алгоритмов : учебное пособие для вузов. 2-е изд., стер. Москва : Академия, 2008. 447 с.	28
3	Чудинов К. М. Математическая логика и теория алгоритмов. Логика предикатов : учебное пособие. Пермь : Изд-во ПГТУ, 2010. 72 с.	36
2. Дополнительная литература		
2.1. Учебные и научные издания		
1	Колмогоров А. Н., Драгалин А. Г. Математическая логика : учебное пособие для вузов. Москва : Изд-во УРСС, 2004. 238 с.	5

2	Лавров И. А., Максимова Л. Л. Задачи по теории множеств, математической логике и теории алгоритмов. 5-е изд., испр. Москва : Физматлит, 2004. 255 с.	5
3	Лорьер Ж.-Л. Системы искусственного интеллекта : пер. с фр. Москва : Мир, 1991. 568 с.	18
2.2. Периодические издания		
	Не используется	
2.3. Нормативно-технические издания		
	Не используется	
3. Методические указания для студентов по освоению дисциплины		
	Не используется	
4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студента		
	Не используется	

6.2. Электронная учебно-методическая литература

Вид литературы	Наименование разработки	Ссылка на информационный ресурс	Доступность (сеть Интернет / локальная сеть; авторизованный / свободный доступ)
Дополнительная литература	Верещагин Н. К. Лекции по математической логике и теории алгоритмов. Часть 3. Вычислимые функции. Учебное пособие / Н.К. Верещагин, Н. К., А. Шень – М.: МЦНМО, 2012.	http://www.mccme.ru/free-books/shen/shen-logic-part3-2.pdf	сеть Интернет; свободный доступ
Основная литература	Верещагин Н. К. Лекции по математической логике и теории алгоритмов. Часть 2. Языки и исчисления /Москва : Интернет-Университет Информационных Технологий (ИНТУИТ), Ай Пи Ар Медиа, 2021.	https://elib.pstu.ru/Record/ipr102079	локальная сеть; авторизованный доступ

6.3. Лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение, используемое при осуществлении образовательного процесса по дисциплине

Вид ПО	Наименование ПО
Операционные системы	Windows 10 (подп. Azure Dev Tools for Teaching)
Офисные приложения.	Microsoft Office Professional 2007. лиц. 42661567

6.4. Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы, используемые при осуществлении образовательного процесса по дисциплине

Наименование	Ссылка на информационный ресурс
База данных научной электронной библиотеки (eLIBRARY.RU)	https://elibrary.ru/
Научная библиотека Пермского национального исследовательского политехнического университета	http://lib.pstu.ru/
Электронно-библиотечная система Лань	https://e.lanbook.com/
Электронно-библиотечная система IPRbooks	http://www.iprbookshop.ru/
Информационные ресурсы Сети КонсультантПлюс	http://www.consultant.ru/

7. Материально-техническое обеспечение образовательного процесса по дисциплине

Вид занятий	Наименование необходимого основного оборудования и технических средств обучения	Количество единиц
Лекция	Мультимедиа-проектор	1
Лекция	Ноутбук	1
Практическое занятие	Мультимедиа-проектор	1
Практическое занятие	Ноутбук	1

8. Фонд оценочных средств дисциплины

Описан в отдельном документе

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
«Пермский национальный исследовательский политехнический
университет»

ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ

(фонд оценочных средств)

для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине

«Основы теории формальных систем»

Приложение к рабочей программе дисциплины

Направление подготовки:	09.03.02 Информационные системы и технологии
Направленность (профиль) образовательной программы:	Информационные технологии и системная инженерия
Квалификация выпускника:	Бакалавр
Выпускающая кафедра:	Вычислительная математика, механика и биомеханика
Форма обучения:	Очная
Форма промежуточной аттестации:	Экзамен

Оценочные материалы (фонд оценочных средств) для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине является частью (приложением) к рабочей программе дисциплины и устанавливает формы и процедуры текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине.

1. Перечень контролируемых результатов обучения по дисциплине, объекты оценивания и виды контроля

Согласно РПД освоение учебного материала дисциплины запланировано в течение одного семестра (2-го семестра учебного плана) и разбито на 3 учебных модуля. В каждом модуле предусмотрены аудиторские лекционные и практические занятия, а также самостоятельная работа студентов. В рамках освоения учебного материала дисциплины формируются компоненты компетенций *знать, уметь, владеть*, указанные в РПД, которые выступают в качестве контролируемых результатов обучения по дисциплине (табл. 1.1).

Контроль успеваемости имеет целью обеспечение максимальной эффективности учебного процесса, управление процессом формирования заданных компетенций обучаемых, повышение мотивации к учебе и предусматривает оценивание хода освоения дисциплины.

Контроль уровня усвоенных знаний, освоенных умений и приобретенных владений осуществляется в рамках текущего, рубежного и промежуточного контроля при изучении теоретического материала и экзамена.

Рубежный контроль по дисциплине проводится на следующей неделе после прохождения модуля дисциплины, а промежуточный – во время каждого контрольного мероприятия внутри модулей дисциплины;

Итоговой оценкой достижения результатов обучения по дисциплине является промежуточная аттестация в виде экзамена, проводимая с учетом результатов текущего и промежуточного и рубежного контроля.

Виды контроля сведены в таблицу 1.1.

Таблица 1.1. Перечень контролируемых результатов обучения по дисциплине

Контролируемые результаты обучения по дисциплине (ЗУВы)	Вид контроля		
	Текущий	Промежуточный / рубежный	Итоговый
	ТО / ПЗ	ИЗ	Экзамен
Усвоенные знания			
З.1 Знать принципы построения формальных языков первого порядка; методы и средства построения формальных логических исчислений; реализацию исчислений высказываний и предикатов и обоснование их корректности и полноты; границы выразимости языка формальной арифметики; сущность и значение непротиворечивости, полноты и разрешимости формальных систем.	ТО	ЗИЗ	ТВ
Освоенные умения			
У. Уметь производить формальный вывод в рамках заданного формального логического исчисления; использовать язык формальной арифметики для описания алгоритмически заданных объектов;	ПЗ	ЗИЗ	ПЗ

определять основные свойства формальных систем на основе их моделей.			
Приобретенные владения			
В.1 Владеть навыками формального вывода следствий заданных гипотез средствами исчисления высказываний и исчисления предикатов; навыками описания алгоритмически заданных объектов на языке формальной арифметики; методами конструктивного описания базовых математических объектов.	ЗПЗ	ЗИЗ	ПЗ

ТО – теоретический опрос; ЗПЗ – защита практического задания; ЗИЗ – защита индивидуального задания; ТВ – теоретический вопрос; ПЗ – практическое задание.

2. Методические материалы для осуществления контроля результатов обучения

2.1. Текущий контроль освоения заданных дисциплинарных частей компетенций

Текущий контроль усвоения материала проводится в форме теоретического опроса и защиты практических задач в рамках устного опроса студентов по каждой теме дисциплины. Всего предусмотрено 10 тем (модуль 3 – 3 темы, модуль 2 – 4 темы, модуль 3 – 3 темы). Результаты опроса по 5-балльной шкале оценивания заносятся в книжку преподавателя и учитываются в виде интегральной оценки при проведении промежуточной аттестации.

Теоретические вопросы соответствуют темам дисциплины, указанным в РПД.

Практические задачи соответствуют темам практических занятий, указанных в РПД.

Основным критерием уровня усвоения теоретического и практического материала дисциплины является успешность решения практических заданий. Теоретические вопросы задаются при необходимости уточнить уровень усвоения материала. Критерии и шкала оценивания уровня освоения дисциплинарных компетенций при защите практических заданий приведены в ФОС программы академического бакалавриата по направлению подготовки 09.03.02 – Информационные системы и технологии.

2.2. Рубежный контроль освоения заданных дисциплинарных частей компетенций

Рубежный контроль для комплексного оценивания усвоенных знаний, усвоенных умений и приобретенных владений дисциплинарных частей компетенций проводится в форме защиты индивидуальных заданий, составленных на основе задач, решаемых на практических занятиях. Всего запланировано три индивидуальных задания: по одному на каждый модуль дисциплины. Защита индивидуального задания проводится индивидуально каждым студентом.

Типовые задачи для индивидуального задания по первому модулю «Алгебраические структуры»:

1. Покажите, что каждая группа из четырёх элементов изоморфна подгруппе группы симметрий квадрата.

2. Покажите, что количество элементов в любой подгруппе конечной группы является делителем числа элементов этой группы.
3. На множестве $\{a, b\}$ ввели операции сложения и умножения и получили кольцо. Верно ли, что это кольцо обязательно имеет единицу? Верно ли, что оно обязательно имеет делители нуля?
4. Докажите, что элемент $[k]_n$ кольца \mathbb{Z}_n имеет обратный относительно умножения, если и только если числа k и n взаимно простые.

Типовые задачи для индивидуального задания по второму модулю «Формальные языки»:

1. Составьте формулу на формальном языке первого порядка, означающую: алгебраическая структура $M(+, \cdot, =)$ содержит делители нуля.
2. Даны замкнутые формулы $\forall x \forall y \exists z (x \prec z \wedge z \prec y)$ и $\exists x \forall y (x \prec y)$. Предложите интерпретацию, в которой первая формула истинна, а вторая ложна.
3. Запишите в виде формулы языка арифметики: число x является степенью числа 2.
4. Запишите формулу языка арифметики, истинную в стандартной интерпретации, но ложную в интерпретации со стандартными значениями сигнатуры, но носителем \mathbb{R} .

Типовые задачи для индивидуального задания по третьему модулю «Формальные исчисления и системы»:

1. Выведите в исчислении высказываний теорему $\neg\neg\neg F \rightarrow \neg F$
2. Покажите, что формула $\exists x \forall y F \rightarrow \forall x \exists y F$ не является общезначимой.
3. Пусть переменная y не входит в формулу F свободно и подстановка y/x корректна. Докажите, что формулы F и $F(y/x)(y/x)$ совпадают синтаксически (посимвольно).
4. Покажите, что из любого предположения F в исчислении предикатов выводится формула $\forall x F$.

Критерии и шкала оценивания результатов защиты индивидуального задания приведены в общей части ФОС образовательной программы.

2.3. Промежуточная аттестация (итоговый контроль)

Допуск к промежуточной аттестации осуществляется по результатам текущего, промежуточного и рубежного контроля. Условиями допуска являются успешная сдача всех индивидуальных заданий и положительная интегральная оценка по результатам текущего, промежуточного и рубежного контроля.

Промежуточная аттестация, согласно РПД, проводится в виде экзамена по дисциплине устно по билетам. Билет содержит теоретические вопросы (ТВ) для проверки усвоенных знаний и практические задания (ПЗ) для проверки освоенных умений и приобретенных владений всех заявленных компетенций.

Билет формируется таким образом, чтобы в него попали вопросы и практические задания, контролирующие уровень сформированности *всех* заявленных компетенций. Примеры формирования билета приведены в

приложении 1. Форма билета представлена в общей части ФОС образовательной программы.

2.3.1. Типовые вопросы и задания для экзамена по дисциплине

Типовые вопросы для контроля усвоенных знаний:

1. Группы перестановок n предметов: определение, количество элементов, количество подгрупп (примеры).
2. Кольцо вычетов по модулю n : определение, таблицы сложения и умножения, нейтральные элементы, существование делителей нуля, подкольца.
3. Стандартная интерпретация языка арифметики. Теорема о выразимости перечислимого множества формулой арифметики.
4. Лемма о дедукции в исчислении высказываний.
5. Условия применения аксиом Бернаиса исчисления предикатов.
6. Полнота и непротиворечивость формальной теории.

Типовые практические задания для контроля освоенных умений и приобретенных владений:

1. Найдите все подгруппы группы симметрий квадрата, состоящие из четырех элементов.
2. Докажите, что чётные перестановки степени n составляют подгруппу группы перестановок S_n .
3. Докажите, что в кольце \mathbb{Z}_n делители нуля есть в том и только том случае, когда n – составное число.
4. Составьте формулу на формальном языке первого порядка, означающую: существует элемент, нейтральный относительно умножения.
5. Предложите интерпретацию языка первого порядка, носитель которой содержит не менее двух элементов, обладающую следующими свойствами: замкнутые формулы $\forall x(x < x)$, $\forall x \forall y(x < y \rightarrow y < x)$ и $\forall x \forall y \forall z((x < y \wedge y < z) \rightarrow x < z)$ ложны.
6. Сформулируйте в виде формулы языка арифметики: число x является остатком от деления числа y на число z .
7. Выведите в исчислении высказываний формулу $(F \vee (G \wedge H)) \rightarrow (F \vee G)$.
8. Пусть переменная y не входит свободно в формулу первого порядка F и подстановка y/x в F корректна. Выведите в исчислении предикатов теорему $\exists x F \rightarrow \exists y F(y/x)$.

2.3.2. Шкалы оценивания результатов обучения на экзамене

Оценка результатов обучения по дисциплине в форме уровня сформированности компонентов *знать, уметь, владеть* заявленных компетенций проводится по 5-ти балльной шкале оценивания путем выборочного контроля во время экзамена.

Типовые шкала и критерии оценки результатов обучения при сдаче экзамена для компонентов *знать, уметь и владеть* приведены в общей части ФОС образовательной программы.

Примеры формирования экзаменационных билетов

Предложенные ниже варианты экзаменационных билетов иллюстрируют принципы формирования билета. Набор используемых экзаменационных билетов ежегодно. База вопросов для формирования билетов хранится на кафедре и может обновляться в любое время (появляются новые задания, а наименее удачные задания отбрасываются).

Вариант 1

1. Аксиомы исчисления предикатов, содержащие символ конъюнкции, и их применение в формальном выводе.
2. Покажите, что множество всех линейных преобразований множества \mathbb{R} вида $x \mapsto ax + b$, где $a, b \in \mathbb{R}$ и $a \neq 0$, является группой преобразований.
3. Составьте формулу на формальном языке первого порядка, означающую: алгебраическая система $M(+, \cdot, =)$ содержит единственный элемент, нейтральный относительно сложения.

Вариант 2

1. Свободные и замкнутые переменные. Местность (валентность) формулы языка первого порядка.
2. Сколько подгрупп содержит группа поворотов плоскости на угол, кратный $\pi/6$?
3. Постройте формальный вывод формулы $(F \rightarrow \neg G) \rightarrow (G \rightarrow \neg F)$ в исчислении высказываний.

Вариант 3

1. Кольца: аксиомы, примеры, простейшие свойства.
2. Запишите в виде формулы языка арифметики: число x является составным.
3. Приведите пример такой формулы первого порядка F , что подстановка y/x в F корректна, но формула $\forall x F \rightarrow \forall y F(y/x)$ не является общезначимой.